L'informatique de RAMSÈS II au web 2.0

Première partie

Richard G. TERRAT
Ingénieur A&M
Maître de conférences honoraire en Informatique
Université de Montpellier

Sommaire

- **Prolégomènes**
  - informatique
  - algorithme
  - ordinateur
- **Périple autour des algorithmes et du codage**
  - la maison de la sagesse (Bagdad)
  - l'Inde
  - la Chine
  - la bibliothèque d'Alexandrie

Informatique

- **Étymologie**

1957 Informatik : *néologisme allemand de Karl Steinbuch*
« Automatische Informationsverarbeitung »

1962 Informatique : *néologisme français de Philippe Dreyfus*
fusion de « information » et « automatique »

1966 Informatique : *« dérivé d'information sur le modèle de mathématique, électronique »*

Académie française

- **Définition**

« Science du traitement rationnel et automatique de l'information ; l'ensemble des applications de cette science »

Académie française

Informatique

- **Quatre « piliers »**
  - l'algorithmique
  - l'information : *représentation, codage*
  - la programmation (parfois improprement appelée aussi « codage ») et ses langages
  - l'ordinateur

    « L'ordinateur est à l'informaticien ce que le télescope est à l'astronome » (Jacques Arsac, membre de l'Académie des Sciences)

    « L'informatique n'est pas plus la science des ordinateurs que l'astronomie n'est celle des télescopes. » (Michael R. Fellows et Ian Parberry - Computing Research News – Janvier 1993) »

Algorithme

- **Etymologie**

« XIIIe siècle, augorisme. Altération, sous l'influence du grec arithmos, « nombre », d'algorisme, qui, par l'espagnol, remonte à l'arabe Al-Khuwarizmi, surnom d'un mathématicien »

- **Définition**

« Méthode de calcul qui indique la démarche à suivre pour résoudre une série de problèmes équivalents en appliquant dans un ordre précis une suite finie de règles. L'algorithme de la multiplication de nombres à plusieurs chiffres »

Académie française

Ordinateur

- **Étymologie**

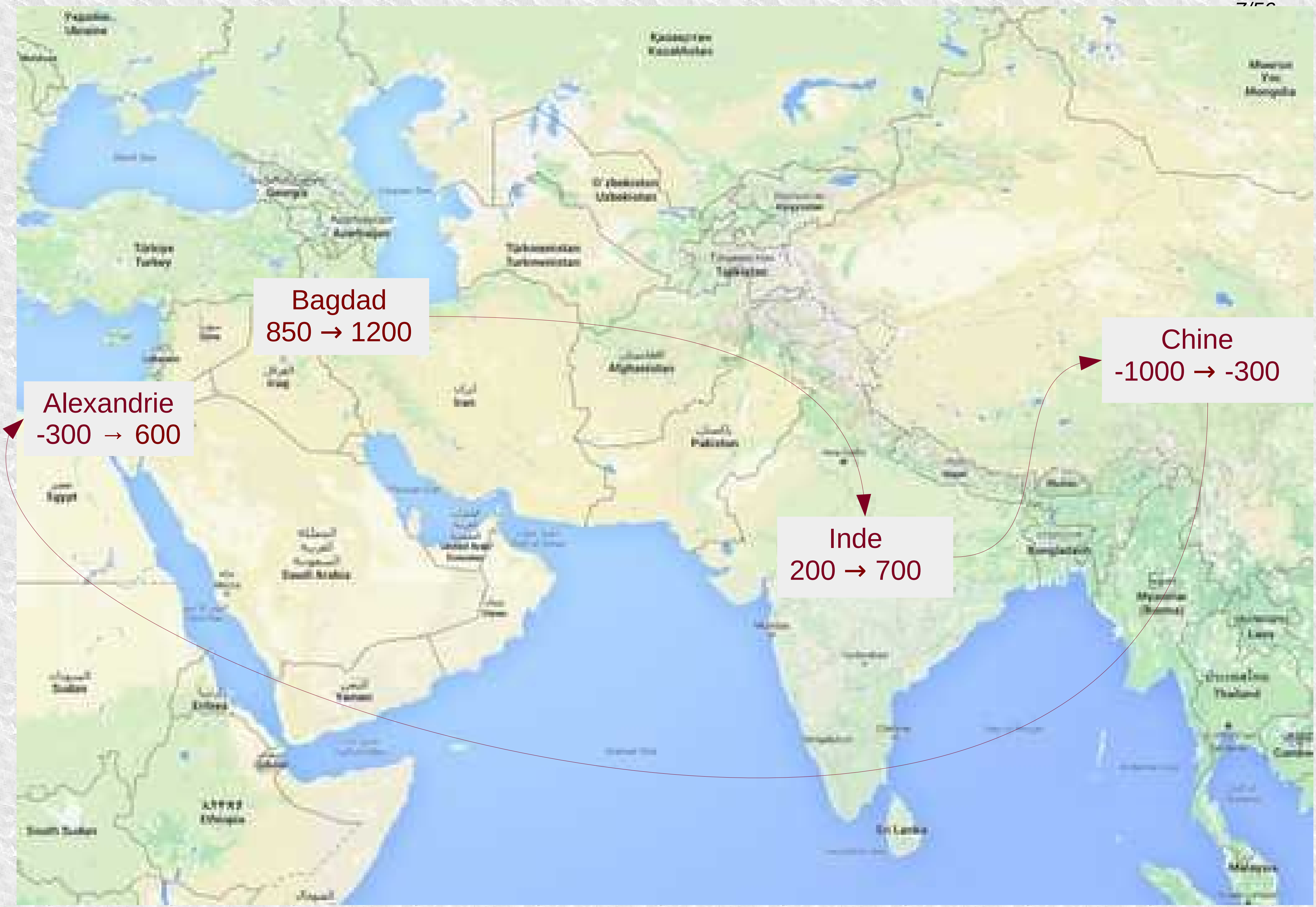
  Mot choisi le 16 IV 1955 par Jacques Perret, professeur de philologie latine à la Sorbonne sur demande de François Girard responsable du service de publicité d'I.B.M. France

- **Définition**

  XVe siècle, au sens de « celui qui institue quelque chose »

  XXe siècle, au sens actuel. Emprunté du latin ordinator, « celui qui règle, met en ordre ; ordonnateur »

Académie française


Bagdad
850 → 1200
Alexandrie
-300 → 600
Chine
-1000 → -300
Inde
200 → 700

La maison de la sagesse

Bagdad (832 – 1258)

- Al-Khuwarizmi
- Codage
- Algorithmes et Algèbre
- L'épitaphe de Diophante

Al-Khuwarizmi

780 → 850

- originaire de Khiva, province du Khwarezm à cette époque en Perse, actuellement en Ouzbékistan
- mathématicien à la maison de la sagesse à Bagdad
- auteur de « Kitab ***al-jabr*** w’al-muqabala » : calcul par restauration et ré-équilibrage
- fondateur de l'Algèbre (Al-jabr)
- importe de l'Inde les chiffres indiens (via Aryabatha et Brahmagupta) connus actuellement comme les chiffres arabes, et le zéro (sifr en arabe)

Al-Khuwarizmi

- les règles de l'algèbre permettent de résoudre des ***équations*** (fondées par Diophante - appelé le « père de l'algèbre » - au IIIème siècle)
- importation en France par Sylvestre II (Gerbert d'Aurillac) le pape de l'an mil, lors d'un séjour dans les monastères de Vich et Ripoli près de Barcelone
- nombreuses traductions latines au XIIIème siècle :
  - Liber Abaci : Fibonacci (1202)
  - Dixit algorizmi : plusieurs auteurs
  - confusion avec Arithmetica de Diophante

Codage

- Nombres
  - décimale positionnelle avec chiffre 0
  - importée de l'inde
- Algorithmes
  - rhétoriques
  - inconnue appelée *chay'* (la chose) devenue *xay* en ancien espagnol d'où (peut être) le *x* actuel
  - les nombres sont appelés des *dirhams*
  - tous les coefficients sont *positifs*

Algorithmes et Algèbre

- **Exemple**
  - « Un homme meurt et laisse quatre fils et il fait, à un homme, une donation égale à la part d'un de ses fils et, à un autre, le quart de la différence entre le tiers de l'héritage et la première donation. »
- **L'équation**
  - *x désigne la part de chaque fils*

$$4x+x+\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}-x\right)=1$$

Algorithmes et Algèbre

- **Règles**
  - Al jabr : *la restauration*
    - 4x - 3 = 5 devient 4x = 5 + 3
  - Al muqabala : *le ré-équilibrage*
    - 4x = 9 + 3x devient x = 9
  - Al hatt : *la réduction*
    - 2x = 8 devient x = 4

L'épitaphe de Diophante

par Métrodore, grammairien grec vers l’an 500

Il resta enfant pendant le sixième de sa vie.

Après un autre douzième, ses joues se couvrirent de barbe.

Après un septième, il alluma le flambeau du mariage.

Cinq ans après il lui naquit un fils, mais celui-ci mourut arrivé à la moitié de l'âge auquel son père mourut.

Diophante vécut encore quatre ans, adoucissant sa douleur par des recherches sur la science des nombres.

Question : à quel âge Diophante est-il mort ?

L'épitaphe de Diophante

- **Équation**

on pose x = l'âge de Diophante à sa mort

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4$$

$$\frac{84x}{\cancel{84}} = \frac{(14+7+12+42)x + 9 \times 84}{\cancel{84}}$$ *Al hatt*

$$84x = 75x + 9 \times 84$$ *Al muqabala*

$$9x = 9 \times 84$$ *Al hatt*

$$x = 84$$


Bagdad
850 → 1200
Inde
200 → 700
Iran
Afghanistan
Pakistan
Saudi Arabia
India
Oman
Yemen

L'inde

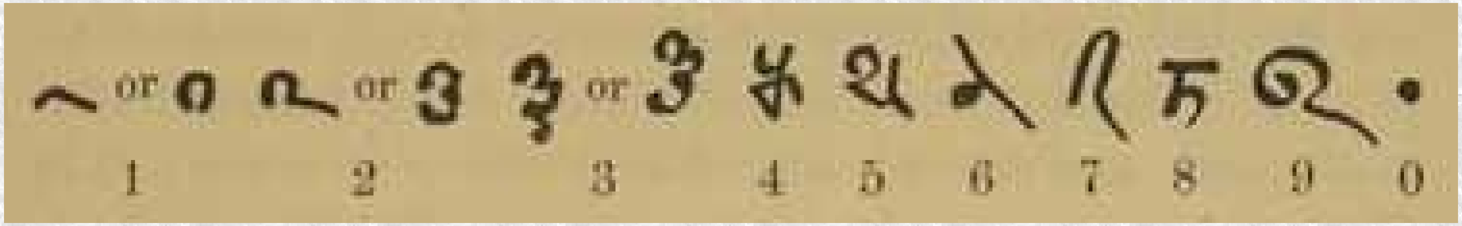
- Historique
- Codage
- Algorithmes
- La racine carrée

Historique

- **Harappéens** *≈ de -5 000 à -2 000*
  - comptabilité commerciale
  - poids et mesures
- **Aryens** *≈ de -1 500 à -500*
  - sanskrit
  - vedangas textes mathématiques

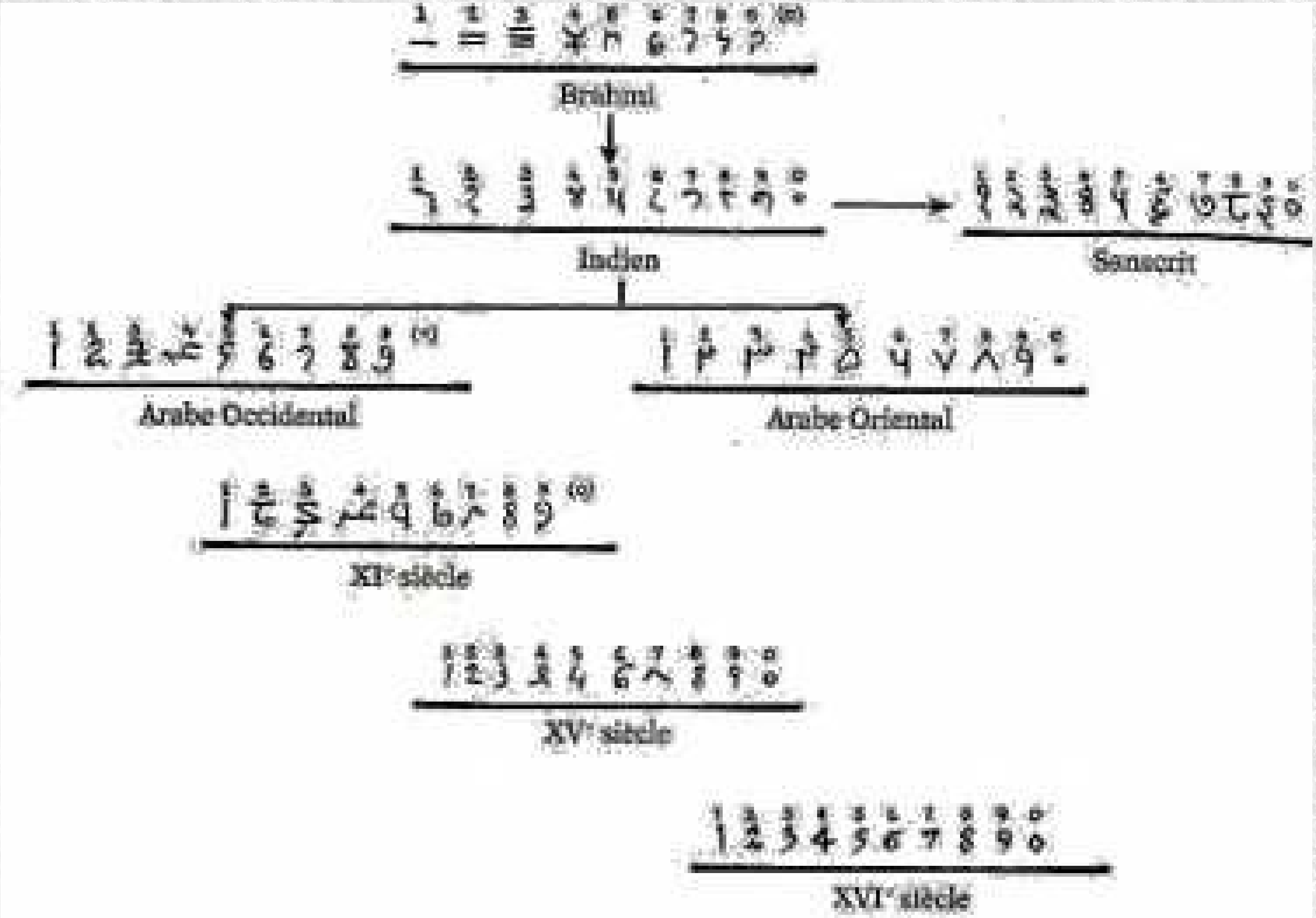
Codage

- **Système de Bakhshali** ≈ 200
  - apparition de la numération décimale et du chiffre zéro (*sunya* en sanskrit, *sifr* en arabe, *cephira* en latin)



Codage

- **Les chiffres**



Algorithmes

- **Calculs avec le système décimal positionnel**
  - nombreux algorithmes
    - les quatre opérations
    - La racine carré
  - utilisation de l'arithmétique et de la géométrie
  - forme réthorique puis syncopée

Algorithmes

Aryabhata

476 → 550

- Calcul de la racine carrée et cubique ≈ 500
  - algorithme de la potence
  - utilise la notation décimale et le zéro
  - utilise une base quelconque (10, 2 ou autre)
  - le calcul de la racine carrée figurait en France aux programmes de
    - terminale C en 1968
    - certificat d'études en 1910

Algorithmes

598 → 670

- **Brahmagupta**
  - introduction du ***nombre*** 0 et des nombres négatifs
  - solution générale des équations
    - du premier degré

$$bx+c = dx+e \quad \Rightarrow \quad x = \frac{e-c}{b-d}$$

    - du second degré

$$ax^2+bx = c \quad \Rightarrow \quad x=\frac{\sqrt{4ac+b^2}-b}{2a}$$

La racine carrée

COURS SUPÉRIEUR — 11 à 13 ans
CERTIFICAT D'ÉTUDES

217. — Soit à extraire la racine carrée de 1 389.

13.8 9	37
4 8.9	67
4 6 9	7
2 0	469

Le plus grand carré contenu dans 13 est 9, dont la racine carrée est 3. Je pose 3 à la racine : — 3 fois 3 font 9 ; 9 ôtés de 13, il reste 4.

J'abaisse la tranche suivante, 89. — Je sépare le chiffre 9 sur la droite de 489 ; je double le chiffre 3 de la racine, ce qui fait 6, et je dis : En 48, combien de fois 6 ? Il y est 7 fois. Je place 7 à la droite de la racine, ce qui fait 37, et à la droite de 6, ce qui fait 67, et je multiplie 67 par 7. Le produit 469 peut se retrancher de 489, et donne 20 pour reste. Ce reste 20 n'est pas plus grand que 2 fois 37 ; donc le chiffre 7 est bon. Donc la racine cherchée est 37, à moins d'une unité.

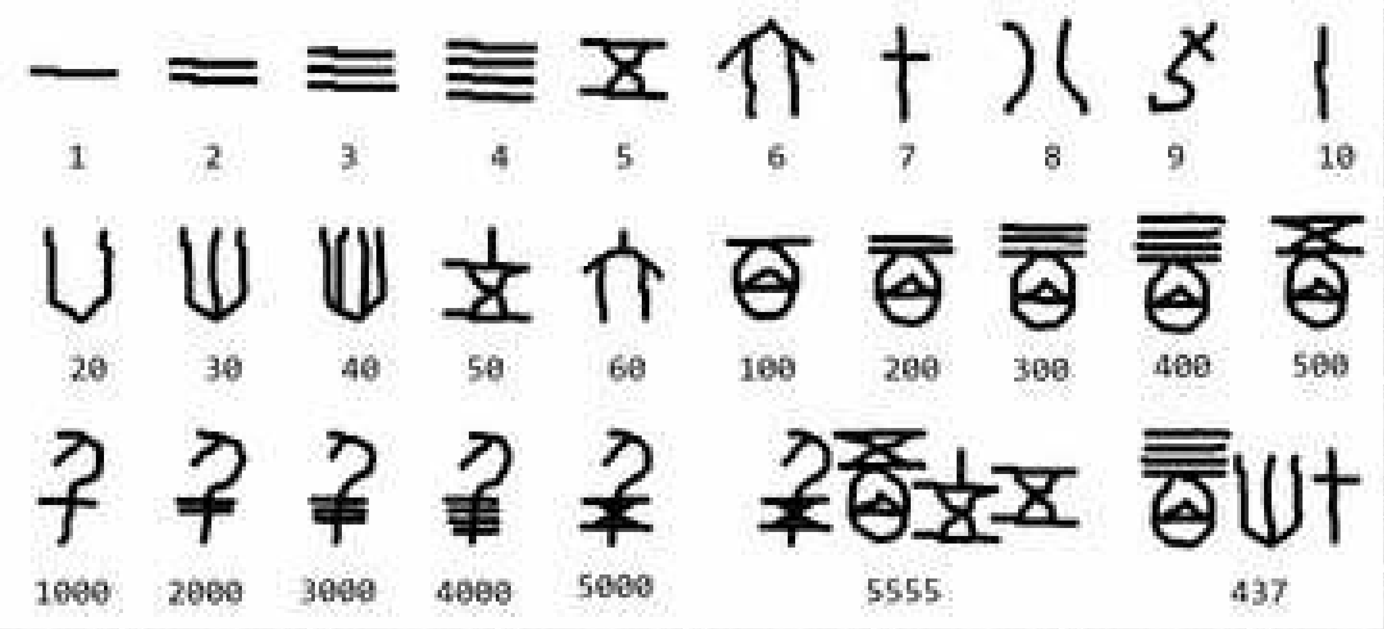

Chine
-1000 → -300
Inde
200 → 700
Afghanistan
Pakistan
Tajikistan
China
Nepal
Bhutan
Bangladesh
Myanmar (Burma)
Laos
Thailand
Viet Nam
Cambodia

La Chine

- Historique
- Codage
- Algorithmes et constructivisme
- Les neuf chapitres
- Systèmes d'équations
- Codage binaire

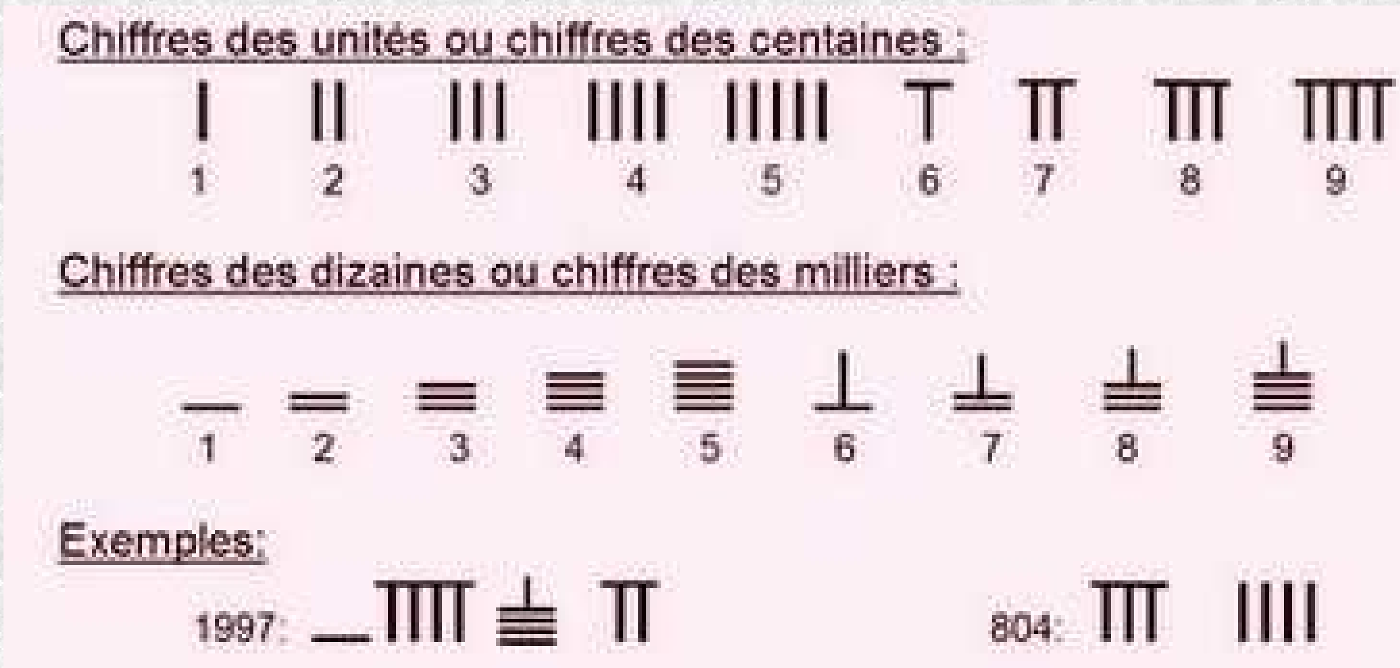
Historique

- **Chiffres des Jiaguwen**
  - 1400 ans av. J.C.
  - *inscriptions sur os et écailles de tortue*
  - numération décimale additive



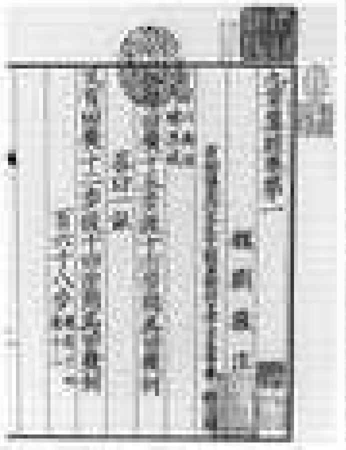
Codage

- **Numération « savante » par position** ≈ 200



apparition tardive du zéro : 0 au VIIIème siècle
nombres négatifs appelés « nombres trompeurs »

Algorithmes et constructivisme

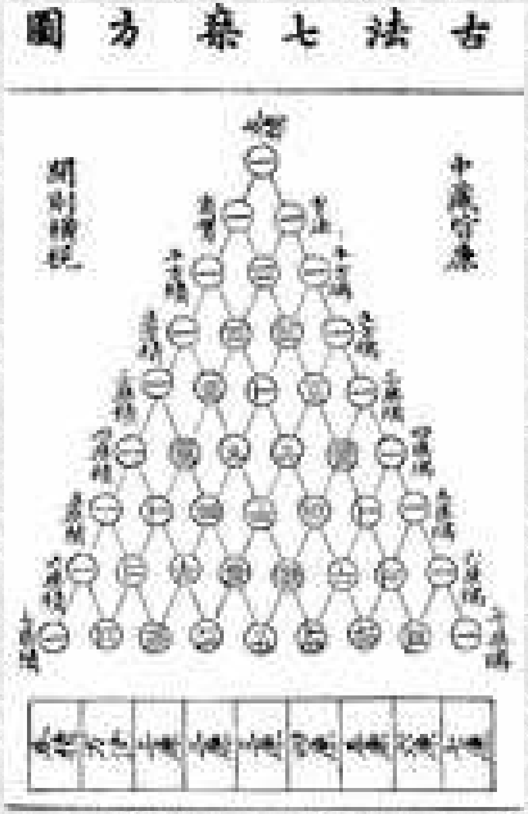


- **Les neuf chapitres**
  - *Juizhang Suanshu*
  - origine   environ 200 ans av. J.C.
  - commenté par *Liu Hui* en 263 ap. J.C.
  - publié en Chine en 1247 par *Qin Jiushao*
  - traduit en français par *Karine Chemla*
  - publié en octobre 2004 chez *Dunod*

    en chinois ancien et en français

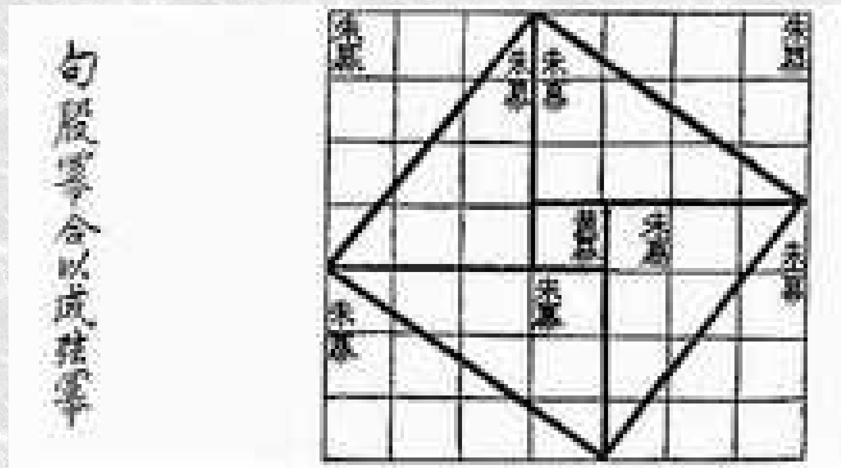
Les neuf chapitres

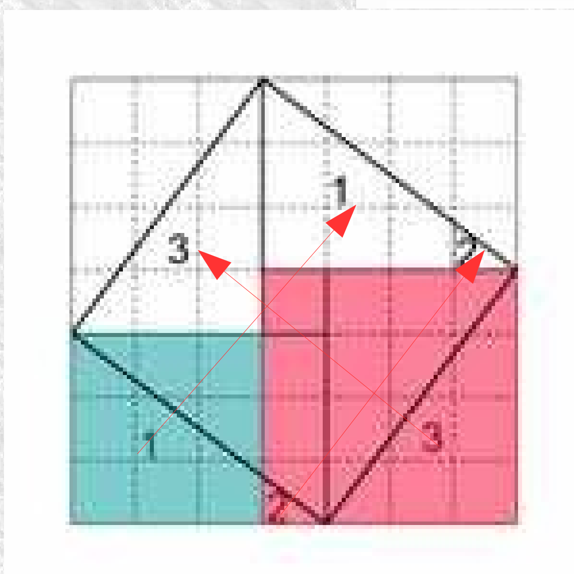
- **Contenu** 246 problèmes
  - carrés magiques
  - théorème de Pythagore
  - calcul de $\prod$ par exhaustion
  - systèmes d’équations linéaires
    - méthode du pivot   *Gauss*
  - équations de degrés 1, 2, 3
  - triangle de Pascal
  - arithmétique modulaire
    - théorème des restes chinois

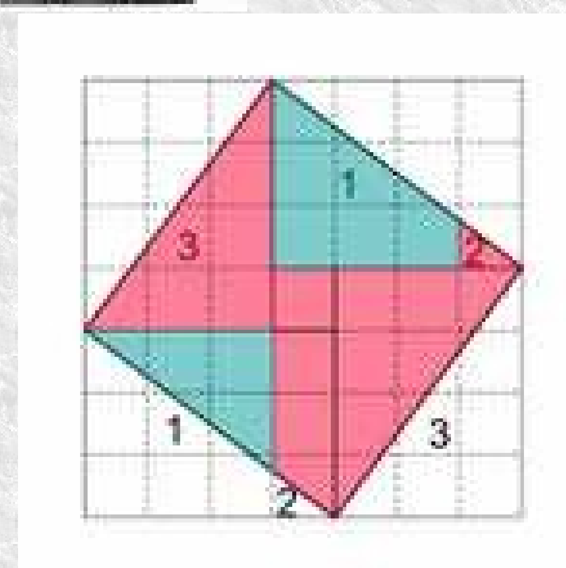


Les neuf chapitres

Le théorème de Pythagore







Les neuf chapitres

- **Méthodes**
  - toutes les solutions des problèmes sont justifiées par des a*lgorithmes.* On y trouve
    - assignation de variables (je pose ..., je remplace par ...)
    - conditionnelles
    - itérations
  - les algorithmes font office de *preuves*
  - ni axiomatique ni inférences
    - *contrairement aux mathématiques grecques*

Systèmes d'équations

- **Exemple**
  - Alice va dans une boulangerie et achète 2 croissants et 1 pain au chocolat pour 4 euros.Quelques minutes plus tard dans la même boulangerie Bob achète 1 croissant et 3 pains au chocolat pour 7 euros.
  - quel est le prix d'un croissant et d'un pain au chocolat dans cette boulangerie?
  - on pose
    - x : prix d'un croissant
    - y : prix d'un pain au chocolat

$$2x+y=4$$
$$x+3y=7$$

Systèmes d'équations

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ x + 3y &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ 2x + 6y &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x + y &= 4 \\ 5y &= 10 \end{aligned}$$

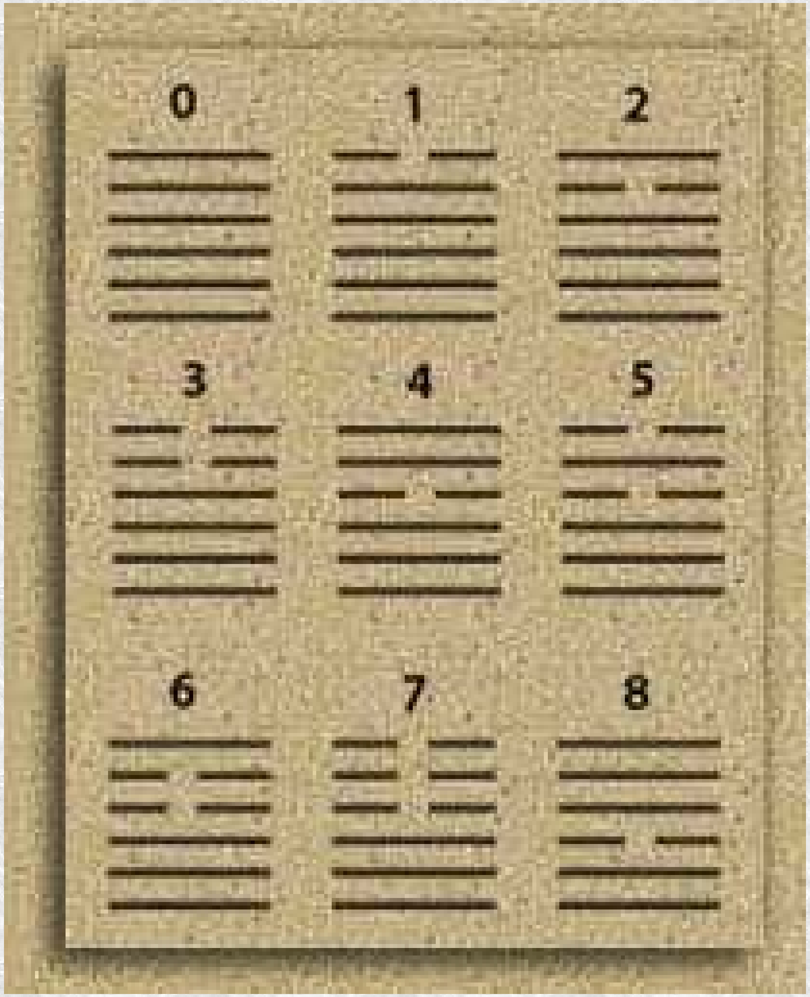
$$\begin{aligned} 10x + 5y &= 20 \\ 5y &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10x &= 10 \\ 5y &= 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 1 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

Le codage binaire

- **Les hexagrammes**
  - Yi Jing (livre des mutations)
  - origine   Fu-Hi (2 900 av. J.C.)
  - découverts par Leibnitz le 15 février 1701 grâce au père jésuite Joachim Bouvet missionnaire en Chine
  - traits
    - Yin- -
    - Yang —

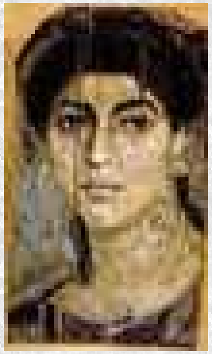



Alexandrie
-300 → 600
Chine
-1000 → -300

La bibliothèque d'Alexandrie

- Historique
- Codage
- Algorithme d'Euclide
- Algorithme de Héron d'Alexandrie

Historique

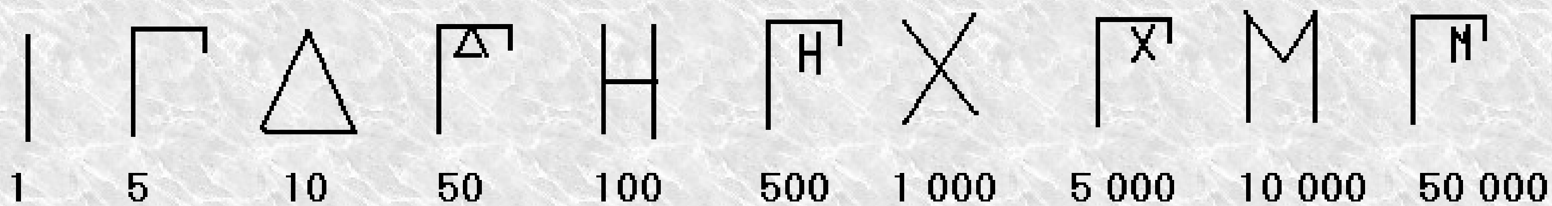


Hypatie
370 - 415

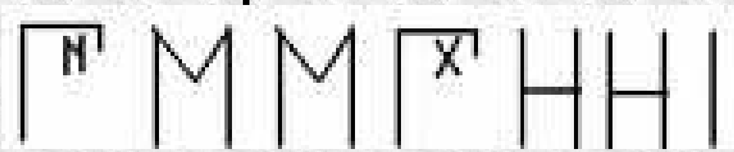
- Fondée en -268
- Toujours pas identifiée
- Plusieurs destructions ... hypothétiques
  - guerre civile romaine (César - Pompée ≈ -50)
  - séismes et raz-de-marées entre 115 et 630
  - par les chrétiens en 415 avec le massacre d'Hypatie
  - par les arabes en 642 (contesté)
  - par les turcs en 868

Codage

- **Nombres acrophoniques** système attique ≈ -600
  - numération additive-multiplicative sans zéro



  - Exemple



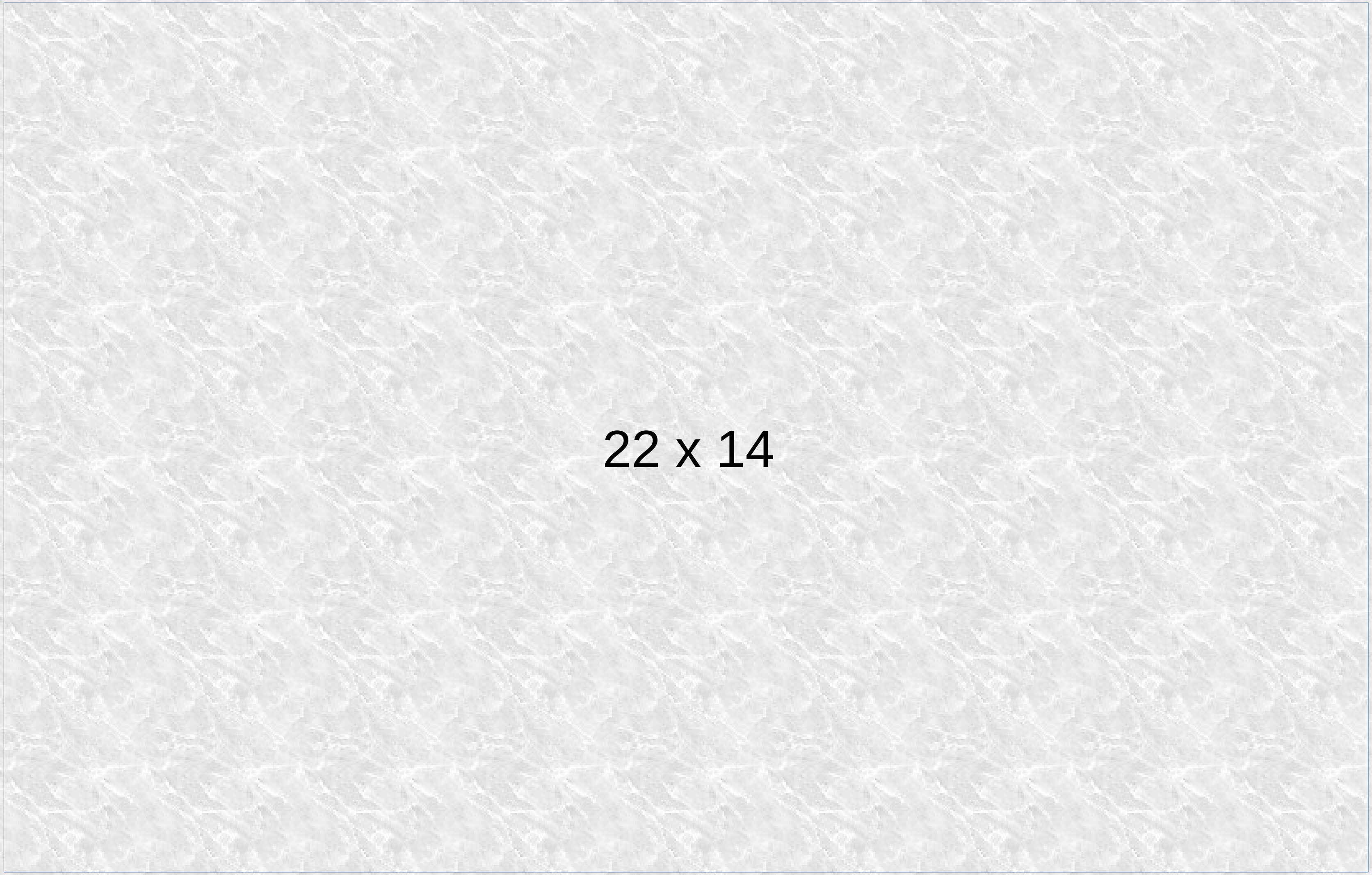
75 201

Algorithme d'Euclide

- **Euclide**
  - mathématicien grec vers -300 ou
  - nom d'une école de mathématiciens
  - auteur des « éléments de mathématiques » (13+2 tomes, traduction française éditée chez Hachette)
  - forme syncopée
  - livre VII : un algorithme, dit d'Euclide, pour trouver
    - le plus grand carré pour carreler un rectangle
    - la plus grande mesure commune à deux segments
    - le plus grand diviseur de deux nombres (pgcd)

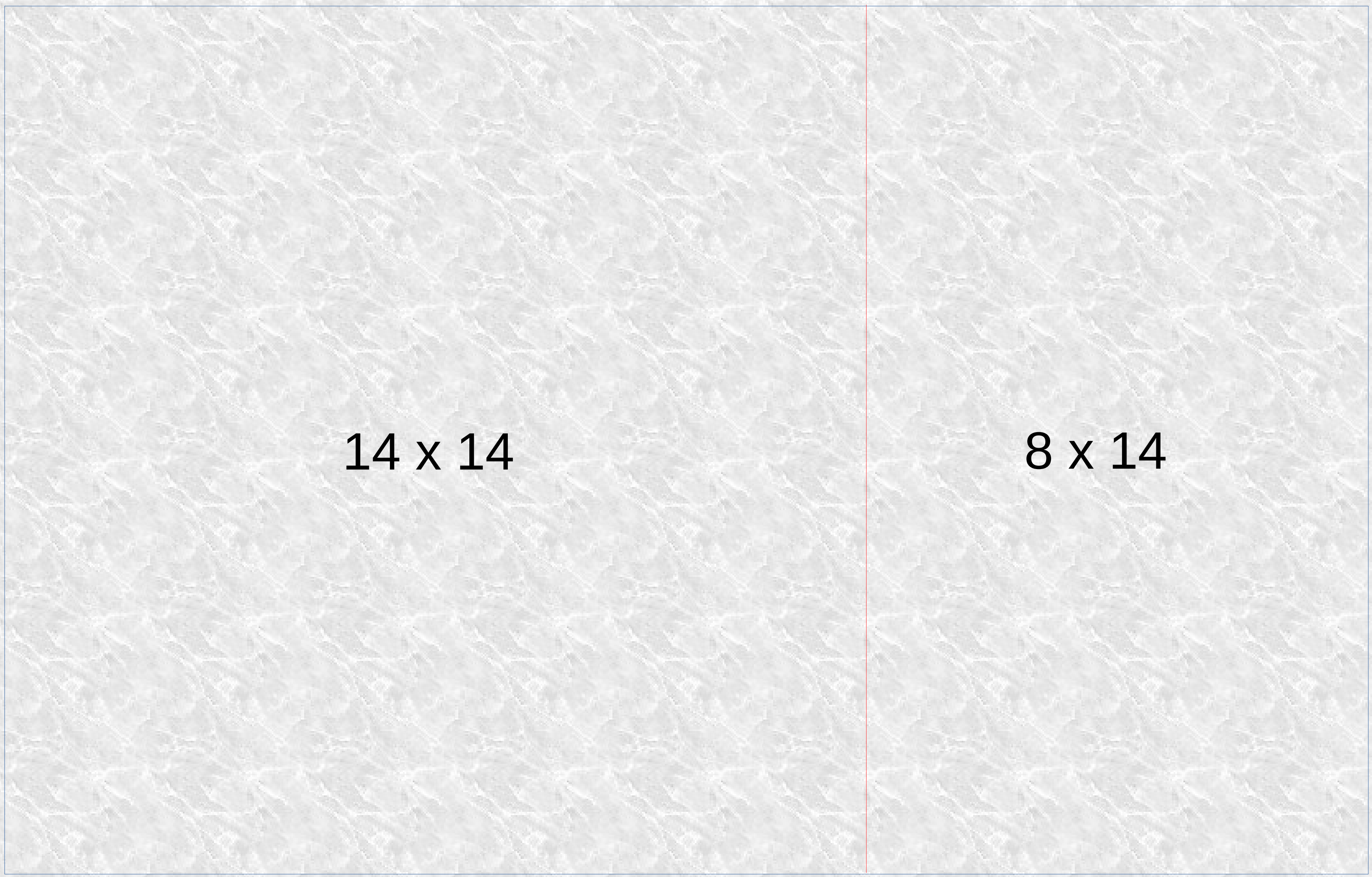
Algorithme d'Euclide

Le plus grand carré



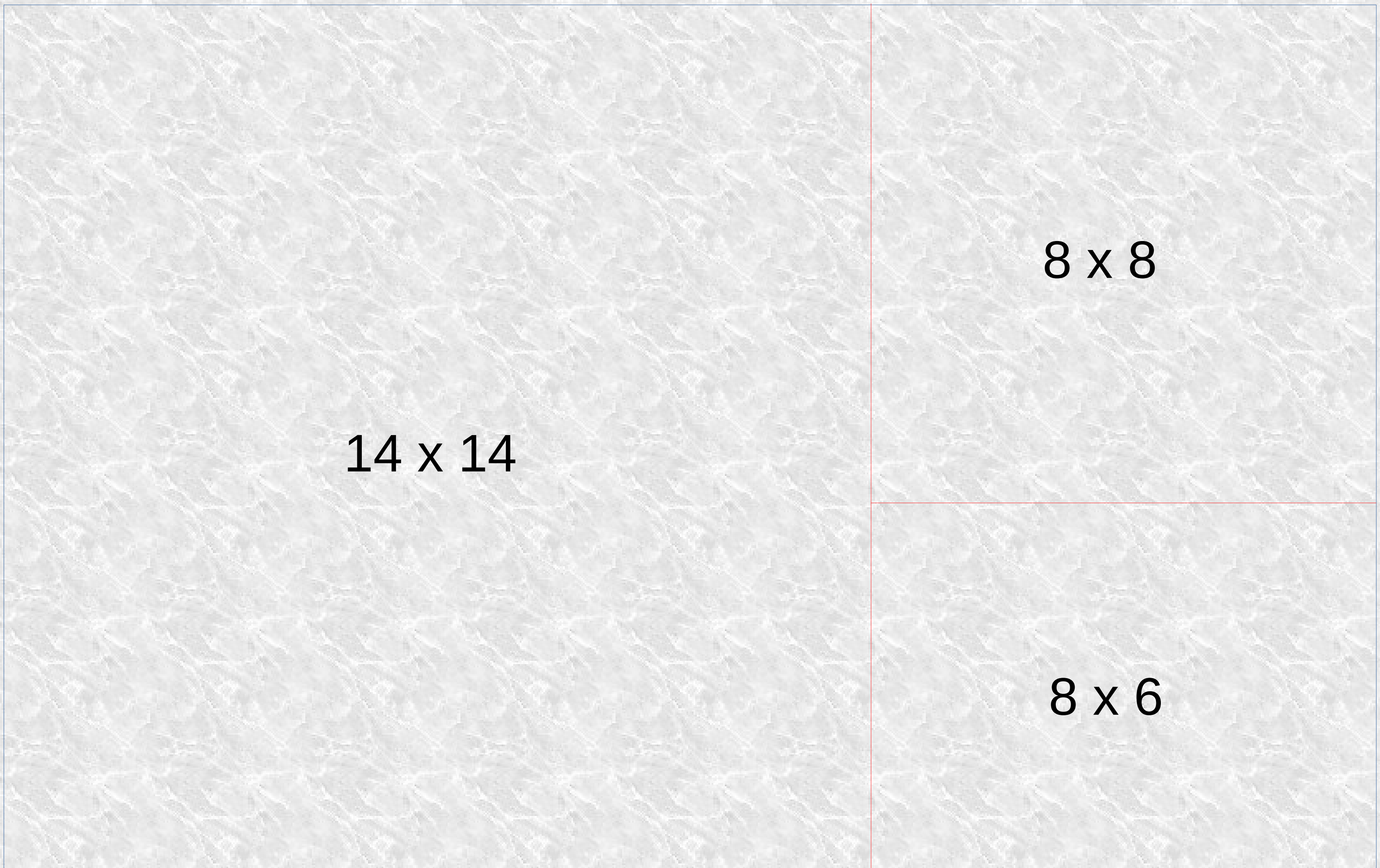
Algorithme d'Euclide

Le plus grand carré



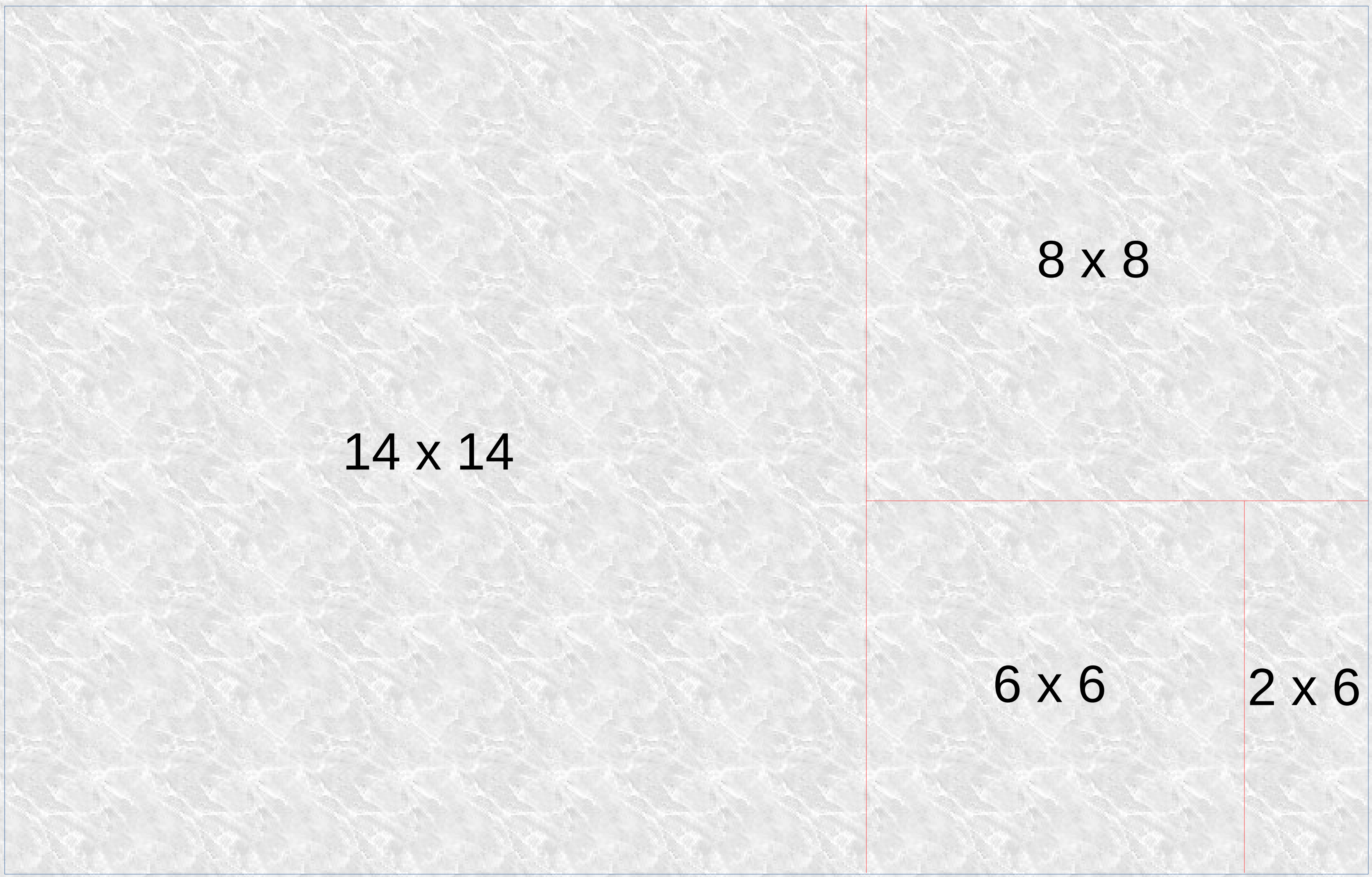
Algorithme d'Euclide

Le plus grand carré



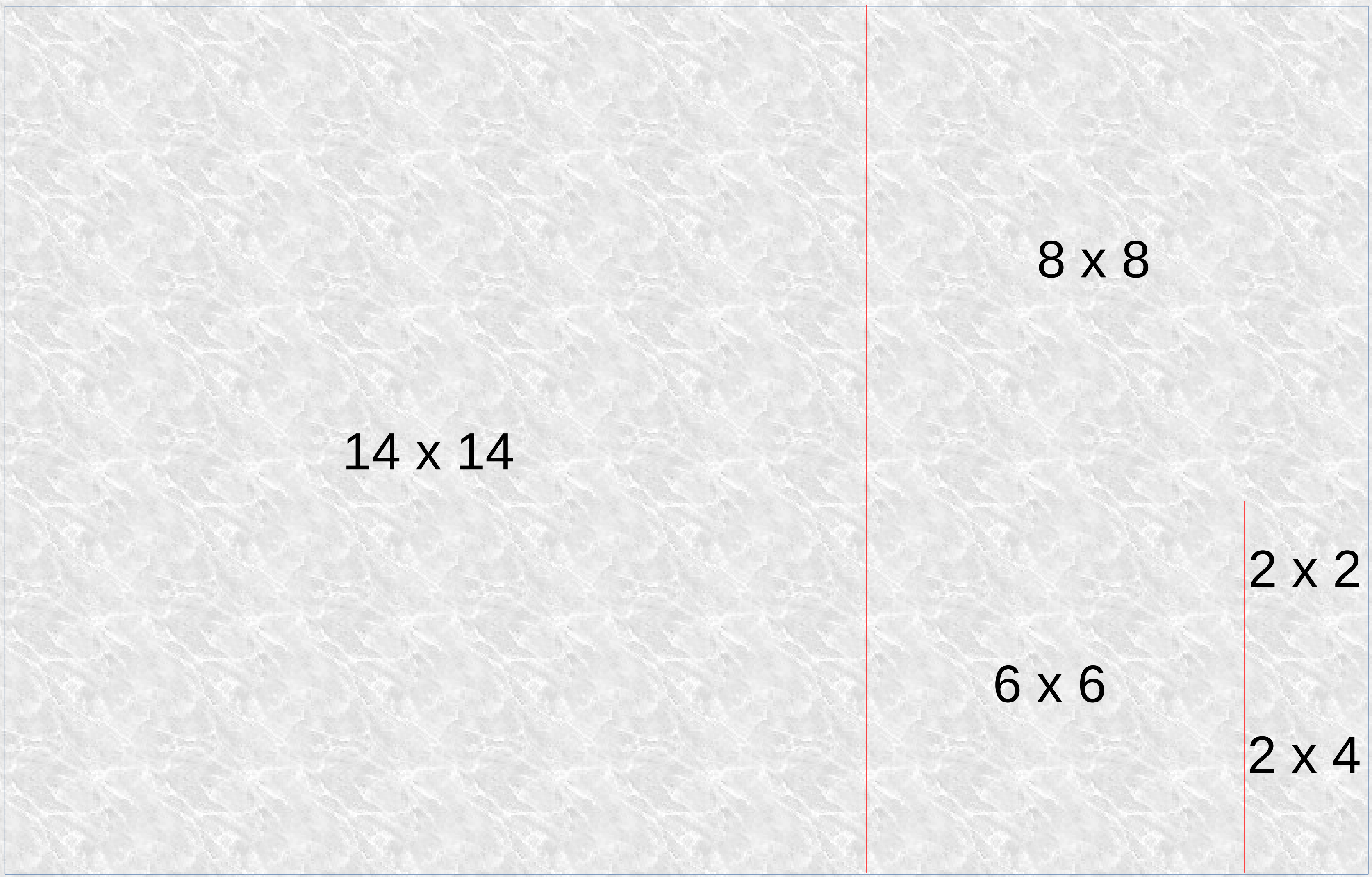
Algorithme d'Euclide

Le plus grand carré



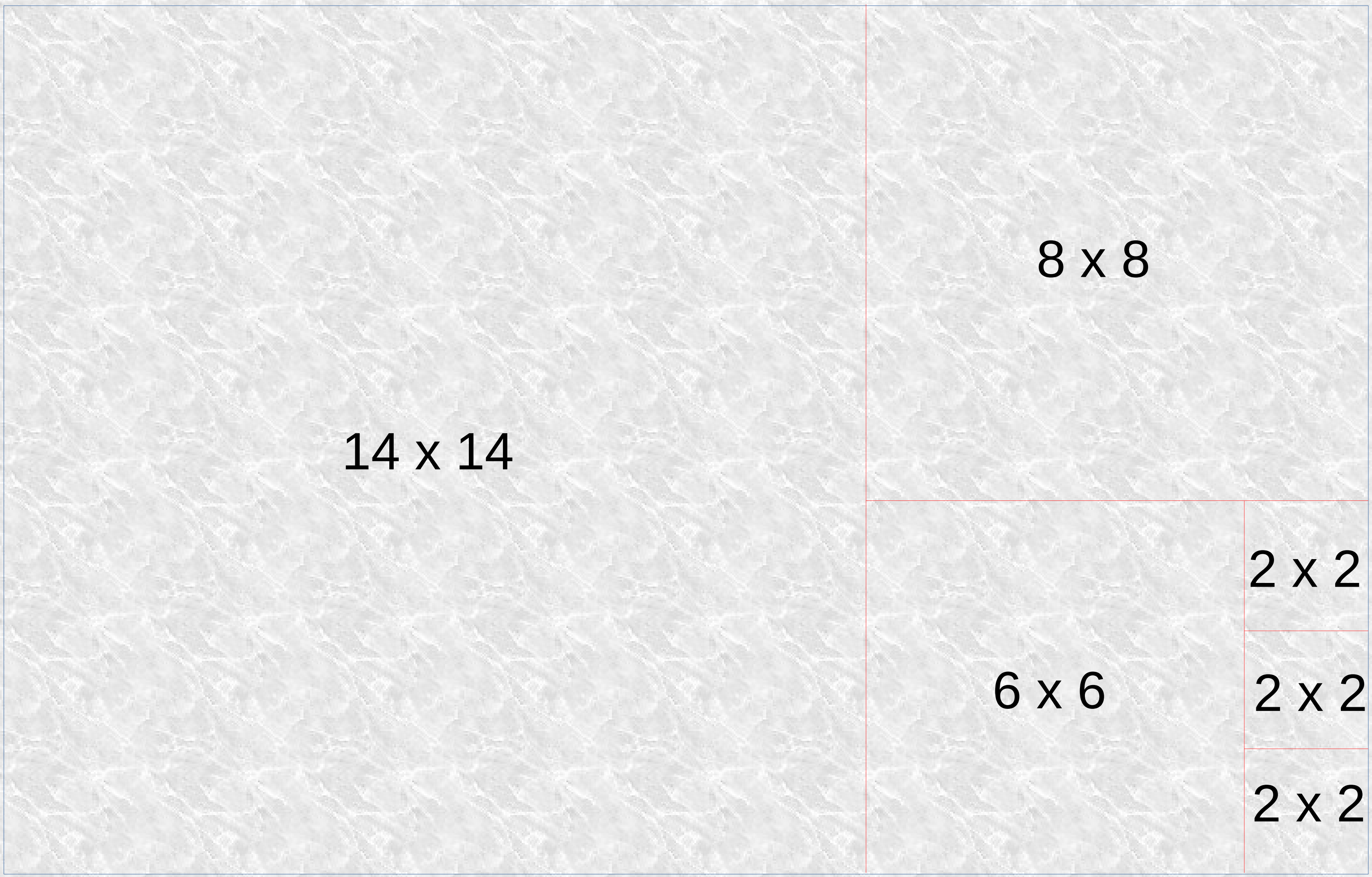
Algorithme d'Euclide

Le plus grand carré



Algorithme d'Euclide

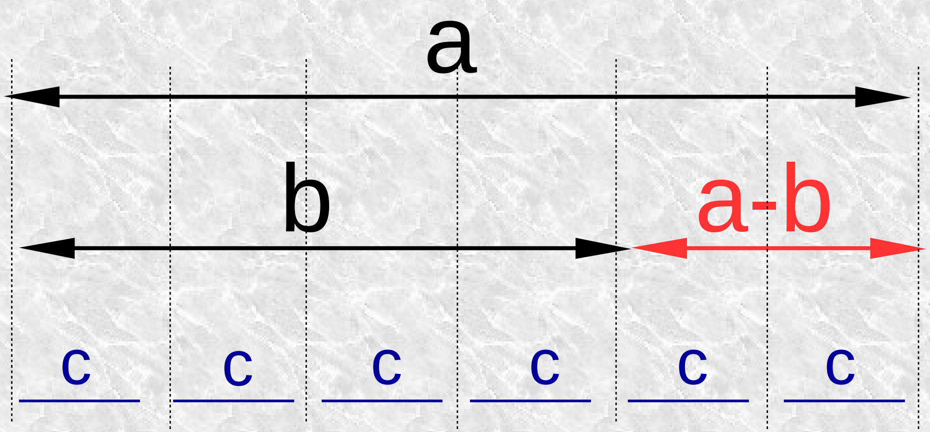
Le plus grand carré



Algorithme d'Euclide

La plus grande mesure commune

- Idée (on suppose a ≥ b) :
  - si c est une mesure commune à a et b, c'est aussi une mesure commune à a-b



Algorithme d'Euclide

Pour :
- le carrelage d'un rectangle
- la plus petite mesure commune
- le calcul du pgcd de a et b

- tant que a ≠ b
  - si a > b je retranche b de a
  - sinon je retranche a de b
- maintenant que a = b c'est le pgcd

Algorithme d'Euclide

Le programme

pgcd (a, b) :

tant que a ≠ b : — itération

si a > b : — condition

a ← a - b — affectation

sinon : — alternative

b ← b - a — affectation

Algorithme d'Euclide

Le programme en Python

```
def pgcd (a,b) :
# données : 2 entiers naturels
# résultat : leur pgcd
    while a != b :  # invariant : pgcd (a,b)
        if a > b :
            a = a - b
        else :
            b = b - a
    return a
```

Algorithme de Héron

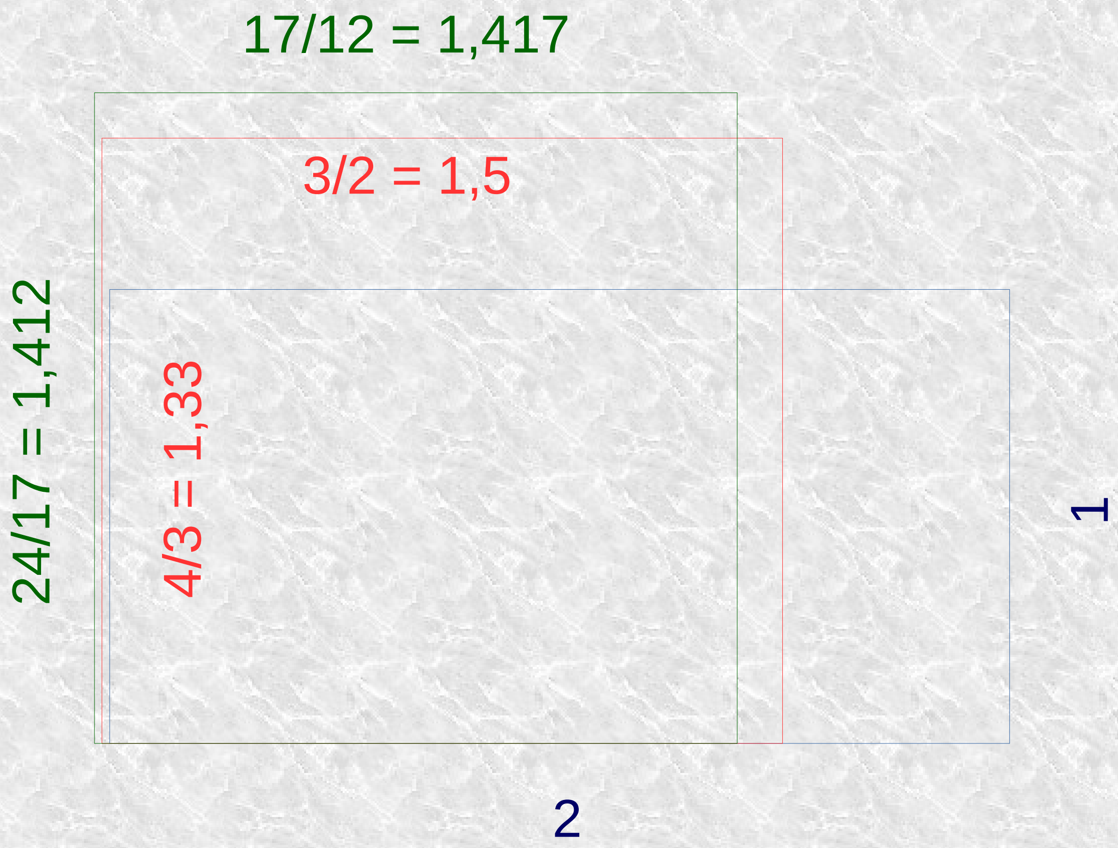
- **Héron d'Alexandrie**
  - ingénieur, mécanicien, mathématicien
  - auteur d'un algorithme d'extraction de la racine carrée
    - souvent attribué (à tort) à Newton
    - connu des babyloniens

Algorithme de Héron

- Calcul de la racine carrée de a :
  - c'est le côté d'un carré dont l'aire est a
- Principe :
  - on construit un rectangle de côtés x et y quelconques d'aire a
  - on construit une suite de rectangles d'aire a dont un des côtés x est la moyenne arithmétique des côtés du rectangle précédent
  - on s'arrête quand on veut

Algorithme de Héron

- **Exemple : Calcul de √2**



Algorithme de Héron

- **Calcul de $\sqrt{n}$** $(n > 1)$
  - je pose x = 1 et y = n ⇒ $x < \sqrt{n} < y$
  - tant que je veux :
    - je remplace y par (x + y) /2 { y décroît }
    - je remplace x par a / y { x croît }
  - *je peux arrêter le calcul quand je veux*
  - *j'aurai toujours, avec une précision croissante :*
    - *$\sqrt{n}$ compris en x et y :* $x < \sqrt{n} < y$

Algorithme de Héron

Le programme

Racine carrée de a à ε près :

x ← 1

y ← a

tant que (y – x) > ε : itération

    y ← (x + y) / 2 affectation

    x ← a / y

Algorithme de Héron

Le programme en Python

```
def racine (a,epsilon) :
# donnée : 1 entier naturel a et un réel epsilon
# résultat : la racine carrée de a à epsilon près
    x = 1
    y = a
    while (y - x) > epsilon :
# invariant : x ≤ √a ≤ y
        y = (x + y)/2
        x = a/y
    return (x+y)/2
```